

数学教育におけるeテキストブックの制作と実践

— リメディアル教育としての利用効果 —

垣花 京子*

Developing an e-textbook and Trials in a Mathematics Class

— The Effects on a Remedial Education by Using an e-textbook —

KAKIHANA Kyoko *

概 要

本研究では、関数を「現象は時とともにあるいは場所にしたがって、動き、変化する。その動きを記述し、変化を調べる。このために生まれた概念、手段が関数である」(竹之内、2002)という考えをもとに、高校までに学習する関数のカリキュラムを統合的に組みなおし、それぞれの説明、課題に対して、表計算ソフト、図形の動的環境を作るソフトで作成した教材をリンクし、各場面で、数値や式、図を操作しながら、関数を視覚的に捉え学習できるeラーニング環境を構築し、作成したeテキストブックを紹介する。数学嫌いで、数学のレベルの低下が著しい学生の多くは、日常生活で必要と思われる関数に関して、特に拒否反応が強い。そこで、本テキストを使って、リメディアル教育を目的として、実践した結果、学生は積極的に取り組み、得意な情報機器の操作を通して数学を学ぶことは、数学への興味を喚起することが出来ることが分かった。

Abstract

On this study it is based on the idea that a function is defined as an concept or a tool to describe a changing situation and to investigate these changing(Takenouchi, 2002). An e-textbook which is developed in this study includes materials of functions which are integrated totally and reconstructed by topics in the curriculums of function studied in a middle school to use them in daily life . Moreover, each one of explanations and excises for these topics are linked on a spreadsheet or a dynamic geometric software. Many students who dislike and whose academic level is low reject especially the word "functions". Students who dislike functions, but like operating a computer studied through this textbook for remedial education of functions. It was found that these activities evoked students' interest on mathematics and learning functions.

キーワード：関数教育、eテキストブック、リメディアル教育、表計算ソフト

* 情報コミュニケーション学部情報メディア学科、Tsukuba Gakuin University

1. はじめに

教育に、ITが使われるようになり50年が経過し、テクノロジーの利用も大きく変わってきている。2001年にIT戦略本部が設置されe-Japan戦略の結果、小・中・高でのコンピュータ、インターネットの設置率が100%になろうとしている。その結果、授業形態も大きく変わってきた。紙と鉛筆、黒板中心の授業形態からテレビやビデオが授業で使われるようになり、各学校にコンピュータとプロジェクターが各教室に配備され、コンピュータとプロジェクターを使って視覚的な要素を多く取り入れたり、インターネットを通して最新の情報を取り入れた授業形態も増えてきている。また、コンピュータやグラフ電卓を使った実験的学習、探求学習やCAIのような個に応じた一斉授業などさまざまな形態が可能になった。また、2003年度からはe-Japan戦略、さらに2006年からさらに新IT改革戦略と政府は、教員のICT活用能力の向上も含め、教育現場でのIT環境の充実を目指している。入学してくる学生も、年々コンピュータの基本的な操作ができる学生が増えている。また、日常的に携帯電話で漢字を調べたり、英語の単語を調べたりしている学生も増えている。

数学教育においては、研究者や一部のICT活用に熱心な先生が、ICT活用の授業研究や教材研究を行い、その活用を提案し、その効果を示してきた。このようにITの教育環境が整ってきたが、高校までの数学の中で、ICTが使われることは非常に少ない。その原因はいろいろあるが、時間的制限もあるが、数学教育でのICTの活用では特別なソフトウェアが必要であったり、特別な教材を準備しなければならないことなどが、中高等学校での数学教育の中でICT活用の学習がなかなか行われないう一つの原因である。

一方、学生の数学のレベルは、ICTの操作

能力に反比例し、どんどん下がっている。基本的な知識も身につけているとはいえない。そこで、何らかの形でリメディアル教育が必要である。短大、文科系の学生は、とくに、関数を利用して現象を表現したり、判断したりする機会に直面したとき、苦手意識が強く、関数と聞いただけで敬遠し、関数を利用できない学生が多い。この原因として、中学、高校では、1次関数、2次関数と1つ1つばらばらに教えられ、式操作中心になりがちであることが考えられる(Steen, 1990, p.4)。そこで、関数を統合的に扱うことを考えた。関数に関していろいろな定義があるが、竹之内(ibid.)が述べている「現象は時とともにあるいは場所にしがたって、動き、変化する。その動きを記述し、変化を調べる。このために生まれた概念、手段が関数である」という考えをとり入れ、日常的な現象の動きを出来るだけ取り入れながら、それらを表現する、その場での問題解決をするという観点で、高校までの関数に関するカリキュラムを統合的に組みなおした。そして、筆者らが行っている「数値表、グラフ、式をツールとして使いこなし、問題解決ができる力を“関数センス”と名づけ、そのための教材研究(Kakihana, K, Fukuda, C, Shimizu, K (2002)、垣花、福田、清水(2002、2003))の中で実験、実践してきた教材を取り入れてeテキストブックとしてまとめた。

本研究の目的は、数学をもう一度やり直したい人を対象に、ITを利用しながら、関数の学習を中心に、統合的にアプローチできるように開発したeテキストブックを紹介し、ケーススタディとしてリメディアル教育を目的して利用する効果を調べることである。

2. eテキストブックとは

インターネットを利用したeラーニングが急速に普及し、学習教材が多く配信されてい

る。また、バーチャル大学と呼ばれるインターネットを利用した通信制の大学や、単位制度を設けて高等教育機関も少しずつ増えている。一般にこのような環境で使われるテキストをeテキストブックと呼んでいる。また、教科書をそのままコンピュータに取り込み、LCDプロジェクターで写し、教科書の中の図形や関数のグラフを動的に扱う試みもされている（磯田 & 他、2006）。生徒は自分の持っている教科書の図が動いている様子を見ながら学習できる形態である。これも1つのeテキストブックである。

筆者らが開発したeテキストブックは、Microsoft社のWordで作成され、項目ごとに説明と課題があり、それぞれに表計算ソフトや図形を動的に扱うソフトで作成した教材がリンクされている。CDにすべてのファイルを含んでいる。表計算ソフトExcelは、一般に、パソコンに標準に装備されており、図形を動的に扱うためにはCabri-Geometry II-plusをPlug inし、もとのソフトがなくても操作できるので、特別なソフトを用意せずに各自自分のペースで学習できる（図1）。

3. eテキストブックによる実践

3. 1 eテキストブックの構成

本テキストは“関数センス”の育成を柱に



図1 CDとテキストの表紙

第1部：基礎編	
第1章 直線を表す関数	
1. 2組の数で平面上の位置を表す（座標）	1
2. 歩くことを使って実験	4
3. 直線って1次関数	6
第2章 直線以外を表す関数	
1. 1次関数が直線なら、2次、3次関数ってどんな関数？	14
2. 指数的に増えるってどんな現象？	18
3. 対数って何？	21
4. 円の上を動く点の動きから	24
第3章 操作を繰り返すことでわかるもの	
1. 差をとってわかること	29
2. 足していくことで分かること	34
第2部：応用編	

図2 基礎編の目次

作成し、高等学校までのカリキュラムの流れを考えながら、総合的に関数の内容を配置し、日常生活で使えるように考えている。“関数センス”とは、現実のいろいろな問題を数値、式、グラフを道具として使いこなし、問題解決する力をさしている。そこで、数値表とグラフが一体化できる表計算ソフト Excel を自由に使いこなせるようになることが1つの関数センスの育成になると考え、演習や理解のための項目に表計算ソフトをリンクして開くことが出来、自分のパソコンに保存し、ノートを使いながら学習をするものである。説明を読むだけでなく、操作を通して学ぶようになっている。その場で数値を入力したり、式を入力しながらグラフ化された現象を観察し、ノートに記録するという形態をとっている。

3. 2 具体的な内容

基礎編と応用編からなり、基礎編では座標の考え、直線を表す関数、直線以外を表す関数とし、積分、微分の考えまで進んでいる。第1章では、学校教育での比例から導入される1次関数をまず、座標の考えを数値から入り、日常生活の中で考えられる、歩く速さの問題、物を買うときの値段の計算など、一次関数で表される事象を取り上げ、数値から式

を考えるようにしている。曲がった線分についても取り上げている。第2章では直線以外を表す関数として、借金の問題から指数関数へ、対数の考え、円上を動く関数の表し方で三角関数を取り上げている。さらに、差をとって表すことで分かることとして微分の考え、足していくことで分かることとして積分の考えの導入を行っている。微分積分も差と足すという考えから、導入している。

同様の内容で Web ページでも学習できる。
(<http://www.tsukuba-g.ac.jp/t/kakihana/kansu/index.html>)

以下にいくつかの例を示す。

例1 座標と線分の関係の活動 (図3)

座標と2点の関係を意識し、数値を入力しながら図形を作る活動から入り、点の位置と線分の関係を理解することが出来る。

例2 日常生活の中の現象による関数の学習活動 (図4)

問題解決過程で、表にデータを入れながらグラフの動きを観察し、その現象を説明するものである。日常的な話題から入るため、まずは、時間と進んだ距離や売上高の関係を考えながら数値を入力し、それぞれのグラフが直線になることを確認しながら、式作成へと進んでいく。問題を解くだけでなく、同じような現象、場面を考え、Excel 上で表現する

ます。たとえば n 次元の世界を考え $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ と書いて n 次元の世界の点の位置を抽象的に考えていきます。今は主に、2次元、すなわち平面の世界で考えていきましょう。

課題 1.1 下の表は4点を決めて右のような図が作図できました。

ファイルの位置に関して、 x, y にいろいろな数値を入れて、どの

X	Y
4	6.19152
-4.18815	4
-2	-4.19615
6.19152	-2
4	6.19152

上のような星型図を描くための座標の組を考えてください。点は順番に線分で結

B. いろいろな点を直線に並べるとは！

2点を結ぶと線分ができました。では、3点以上の点を並べると必ずしも直線になりません。一直線に並ぶにはどうしたらいいでしょう。

図3 座標と線分の関係の活動

ことを要求している。1次関数により表現する現象を説明し、理解することを目標としている

例3 個人に対応した練習問題 (図5)

問題のボタンをクリックすると数値とグラフが変化し表示されるので、そのときのグラフの式をノートに書きながら、式とグラフの関係性を数値から考えるようになっていく。それぞれの問題から各自の苦手な部分が見えるように問題が設定されている。

例4 図形ソフトを Plug-In して図形から関数を考える教材 (図6)

図形を動的に扱いつつ、面積の変化を軌跡で表し、その様子を予想できる。さらに、Excelで数値を入力しながら最大値を求める課題である。視覚的にまず解を予想し、表計算ソフトにより数値の変化、具体的な解を求めることができる。1つの課題を多様な見方が出来ることを目的としている。

● C. 1次関数でどんなところで使われる?

- 1次関数で表される事象
 - 自動車で走るとき時間と距離
 - 同じチョコレートを買ったときの金額
 - 携帯電話の使用時間と使用料
 - 他にどんなものがあるか

課題 1.1.5 毎時 60 km で走る車で、 x 時間走るとなると、 y km 走った距離を y とすると、 $y = 60x$ で表すことができます。この式は x の値が具体的に決まると、 y の値も決まるといえます。Excel のファイル「Function0-0」を開いて、この式で描かれたグラフの数値とグラフの関係を調べてください。

時間 (x)	走った距離 (y)
9	450
10	500
20	1000
35	1750
12	600
4	200
19	950
5	250
6	300
13	450
2	100
0	0

図4 日常生活の中の現象による関数の学習活動

課題 1.1.2 数値とグラフから式を調べる。Excel のファイル「function0-1」を開いて、この式で描かれたグラフの数値とグラフの関係を調べてください。

課題 1.1.3 式が表す意味を確認する。Excel のファイル「function0-1」を開いて、この式で描かれたグラフの数値とグラフの関係を調べてください。

傾きの角度を求めるには?

傾き = 縦の長さ (y2-y1) / 横の長さ (x2-x1)

このときの角の大きさを θ (シータ) と表すと、傾き = $\tan(\theta)$ となります。

このときの角 θ を

図5 数値とグラフから式を考える練習問題

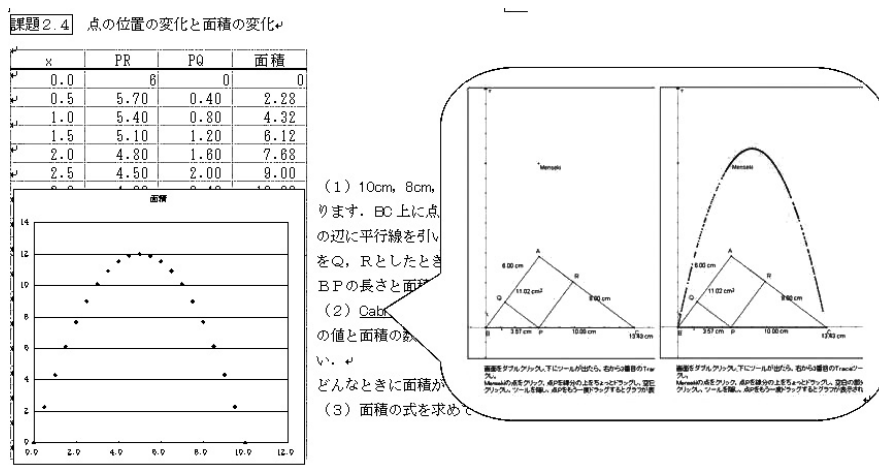


図 6 Plug-In した図形学習ソフトと Excel の利用

4. 結果と考察

1980年代の後半に代数の中で多様な表現とそれらに関連付けることの重要性が言われるようになった (Ferrara, F 他、2006)。そして、テクノロジーの1つの役割として式とグラフと表の3つの表現を統合した学習環境を作っている。Schwarz and Bruckheimer (1998) は、コンピュータ環境でこれらの三つの表現の間に知識の転移があると述べている。多くの学生は、コンピュータ操作は積極的に取り組む。数学学習を表計算ソフトの操作の学習の中に取り入れたとき、学生は数学に対する嫌悪感を感じないで取り組むことが出来る (垣花、2006)。そこで、本テキストをケーススタディとして講義「生活の中の数学」で利用した。本テキストは自学自習のために作成しているが、授業の中で少し説明し、その後、各自のペースでコンピュータを操作しながら学習できるようにしている。表1は4週間が過ぎた時点での学生の感想をまとめたものである。これらの感想から、eテキストブックの効果について考察する。表の中の1から5番目の意見から、表計算ソフトを使うことで計算が楽になり、分かりやすく

なっていることが分かる。「分かりやすくなっている」理由は、6番目から11番までの感想から、表計算ソフトの機能の特徴が関数の学習を支援していることが分かる。具体的には、「グラフのイメージがつかみやすいや」、その結果「図を見れば答えが予想できる」あるいは「計算が正確かどうかを図の形でわかる」などの感想から数値、グラフの環境は関数の理解、問題解決を支援していることが伺える。式を考えて入力したとき、グラフが直線にならない、2次曲線の形をしていないなど、直感的に捉え、自分が求めた答えを振り返ることができる。また、12番目から15番目の感想を見ると、グラフ作成や計算をテクノロジーが変わってやってくれるので、問題を効率よく解けたり、自分のペースで学習できることも学生にとって、楽しいことのようなのである。Excelの操作が難しいと感じている学生は、答えがしっかり得られると達成感を感じることができるようであり、あきらめずに非常に熱心に取り組んでいる。表計算ソフトの操作そのものの学習も同時に行えることが、情報メディア学科の学生にとって、中高校生時代に苦手意識の強い、数学に対して、安心感を与えたり、親しみを与えている

表1 学生の意見と感想

No.	学生の感想
1	分かりやすい
2	計算が楽になる
3	自動的に計算するのでいい
4	グラフも簡単にできる
5	計算が苦手なものにはいい
6	結果が見える
7	グラフのイメージがつかみやすい
8	図を見れば関係が分かる
9	答えが分からなくても図を見れば予想ができる
10	計算が苦手な人にも図の形で、計算が正確かどうかがすぐ分かる
11	数字を入れ替えるだけでグラフの変化が分かる
12	効率よくできる
13	自分のペースでやれる
14	楽しい
15	達成感がある
16	Excelを使ってやるのはいい
17	エクセルの使い方も覚えられる
18	エクセルを使いこなせる必要がある
19	数学そのものを覚えていないので、難しい

ようである。さらに、これらの活動を通して、表計算ソフトの理解や操作が進歩し、中学生レベルの数学をやっていることも学生のプライドを傷つけずに進めることができる。テキストブックにすることで、それぞれのペースでできることもメリットになっている。

5. 今後の課題

ケーススタディの結果、流れが不自然なところ、表計算ソフトで作った教材の指示が不十分な部分など学生にとって使いにくいところなどが明確になった。そこで、これらを改訂し、さらに具体的な基本知識の定着についての効果を調べる必要がある。

本研究は文部科学省科学研究費補助金、課題番号 50248754の補助を受けて行った研究の1つの成果である。

また、本eテキストブックの制作における帝京大学非常勤講師の福田千枝子氏の協力を深く感謝する。

参考文献

- 1) Ferrara, F., Pratt, D. and Robutti, O (2006), The Role and Uses of Technologies for the Teaching of Algebra and Calculus, In Gutierrez and Boero (eds.) Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future
- 2) Goldenberg, P. (1997) Believing is seeing: How preconceptions influence the perception of graphs. In J.C. Bergeron, N. Herscovics, & C. Kieran (Eds.), Proceedings of the 11th PME International Conference, 1 pp.197-203
- Isoda, M.
- 3) Isoda, M., Iijima, Y., Hara, K., Uehara, E.(2006), e-Textbooks: Advancing Mathematics Teaching and Learning into the future, ATCM2006, pp54-63
- 4) Kakihana, k, Fukuda, C, Shimizu, K (2002) The Effect of Integrated Learning of Functions Using Computers-As Quantitative Literacy in a Two-Year College Program-, ACTM2002, pp.235-243
- 5) 垣花京子 (2006)、情報基礎科目中でのリメディアル教育のための数学の導入の検討－“関数センス”育成のための表計算ソフト Excel の課題の利用－、筑波学院大学期用第2集、PP.15-23
- 6) 垣花、福田、清水 (2002) 関数センスを育てる統合的

- アプローチの検討－表計算ソフトの利用の効果－、
日本科学教育学会26回年会誌、pp.215-216
- 7) 垣花、福田、清水 (2003) 関数センスを育てる統合的
アプローチの検討 2－表計算ソフトと動的図形学習
ソフトカプリの利用－、科学教育学会 第27回、
pp.269-270
- 8) 竹之内脩 (2002) 新・微分積分学、倍風館